Travail et énergie cinétique (2012-2013) ELfarissi Hammadi

Exercice 1

Une bille masse m=15,0g est en chute libre sans vitesse initiale. Elle a été lâchée d'un balcon au $6^{ème}$ étage situé à une hauteur h=18,0m.

1. Représenter les forces s'exerçant sur la bille.
2. Déterminer le travail du poids de la bille au cours de la chute.
3. Déterminer l'énergie cinétique de la bille lorsqu'elle arrive au sol.
4. En déduire la vitesse de son centre d'inertie.

Exercice 2

Un skieur de masse m=80,0kg (équipement compris) part, sans vitesse initiale, du sommet d'une piste inclinée d'un angle a=20° par rapport à l'horizontale.

Le contact avec la piste a lieu avec frottement; la réaction de la piste sur les skis n'est donc pas perpendiculaire à la piste, on désigne par $\vec{R}_N$ et $\vec{f}$ les composantes normale et tangentielle de cette réaction.

1. Faire un schéma représentant les forces s'appliquant sur le skieur (on ne se préoccupera pas du point d'application de $\vec{R}_N$ et $\vec{f}$).
2. Utiliser le fait que la vitesse du centre d'inertie du skieur perpendiculairement à la pente ne varie pas pour obtenir une relation entre les valeurs $\vec{R}_N$ et de $\vec{f}$. Calculer R_N numériquement.
3. Sachant que $f=0,2.R_N$, calculer la valeur de la force de frottement f.
4. Calculer la valeur de la vitesse du skieur après 500m de descente:
   - Si la résistance de l'air sur le skieur est négligeable.
   - Si la résistance de l'air sur le skieur peut être modélisée par une force constante $\vec{f}\,'$ parallèle au mouvement, en sens inverse et de valeur 50,0N.

Donnée: intensité de la pesanteur: $g=9,81Nkg^{-1}$.

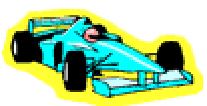
Exercice 3

1. Un bobsleigh de masse m=500Kg est animé d'un mouvement de translation. La valeur de sa vitesse varie de $5m.s^{-1}$ à $10m.s^{-1}$.
   a. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
   b. Calculer le travail reçu par le bobsleigh.
2. Pendant la course d'élan, les bobeurs exercent sur une distance d=10m une force F=200N parallèle à la piste. Calculer la vitesse acquise par le bobsleigh de masse m=350Kg à la fin de la course d'élan horizontale.

. En négligeant la force de frottement.

a. En considérant que la force de frottement f, supposée parallèle à la piste, a pour valeur 20N.

Exercice 4



Le moteur d'une *Formule 1* de masse M= 620 kg développe une puissance supposée constante P=540kW. La voiture démarre du bas d'une côte rectiligne de pente 6,00%. Au bout d'une durée de t=2,60s, elle a atteint la vitesse de valeur $234km.h^{-1}$. En supposant toutes les résistances à l'avancement négligeables, calculer la distance parcourue par la voiture entre le départ et cet instant.

Donnée: intensité de la pesanteur: $g=9,81Nkg^{-1}$.

Information: sur une pente de 6%, la route s'élève de 6,0 m pour une distance parcourue de 100m.

Exercice 5

Un pendule est constitué par un solide de masse m=200g, suspendu à un fil inextensible de masse négligeable et de longueur l=0,90m. Une extrémité 0 du fil est fixe.

Le fil restant constamment tendu, on lance le pendule à partir de la position d'équilibre en lui communiquant une vitesse initiale $V=2,0m.s^{-1}$.

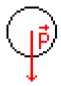
Déterminer l'angle a existant entre le fil et la verticale lorsque le solide atteint son altitude maximale.

Donnée: intensité de la pesanteur: $g=9,8Nkg^{-1}$.

Exercice 1

1. On étudie le système {bille} dans le référentiel terrestre (galiléen par approximation). Le système {bille} est soumis à une force de la part du milieu extérieur:

- Son poids $\vec{P}$:
  - Force répartie à distance.
  - Direction: verticale.
  - Sens: vers le bas.
  - Point d'application: centre d'inertie du système.



2. Le travail du poids de la bille au cours de la chute s'écrit:

$W(\vec{P}) = +m.g.h \Rightarrow W(\vec{P}) = 15,0.10^{-3} \times 9,81 \times 18,0$

$\Rightarrow W(\vec{P}) = 2,65J$

Remarque: $W(\vec{P})>0$: le poids de la bille effectue un travail moteur.

3. La variation d'énergie cinétique de la bille entre le 6ème étage et le sol s'écrit:

$DEc = W(\vec{P}) \Rightarrow Ec(sol) - Ec(6^{ème}) = W(\vec{P})$

Or Ec(6ème) = 0 car la bille est lâchée sans vitesse initiale, d'où:

$Ec(sol) = W(\vec{P}) \Rightarrow Ec(sol) = 2,65J$

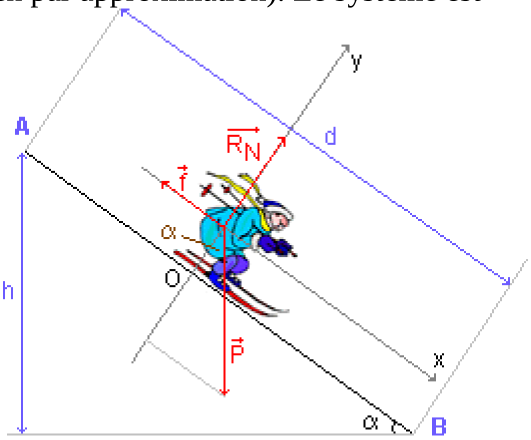
4. $Ec(sol) = \frac{1}{2}.m.V^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2.Ec(sol)}{m}}$

$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2 \times 2,65}{15,0.10^{-3}}}$

$\Rightarrow V = 18,8m.s^{-1}$

Exercice 2

1. On étudie le système {skieur} dans le référentiel terrestre (galiléen par approximation). Le système est soumis à deux forces extérieures:



- Son poids $\vec{P}$.
- La réaction du support $\vec{R}$.
  $\vec{R}$ se décompose en deux composantes:
  - $\vec{R}_N$ la réaction normale perpendiculaire à la piste.
  - $\vec{f}$ la force de frottement opposée au mouvement.

  On remarquera que $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$.

2. Soit D$\vec{V}$ la variation du vecteur vitesse au cours de la descente. D'après le texte, D$\vec{V}$ est colinéaire à la pente et la composante de D$\vec{V}$ sur l'axe Oy est nulle.
D'après la deuxième loi de Newton D$\vec{V}$ à la direction de la résultante des forces extérieures ($\Sigma \vec{Fext}$) appliquées au système. La coordonnée de $\Sigma \vec{Fext}$ sur l'axe Oy est donc nulle, d'ou:

$(\Sigma \vec{Fext})_y = 0$ => $R_N - P.\cos(a) = 0$
=> $R_N - m.g.\cos(a) = 0$
=> $R_N = 80{,}0 \times 9{,}81 \times \cos(20)$
=> $R_N = 737{,}5N$

3. $f = 0{,}2.R_N$ => $f = 0{,}2 \times 737{,}5$
=> $f = 147{,}5N$

4. Soit A la position du skieur en haut de la descente et B sa position en bas (voir dessin).
Ec(A) = 0 (vitesse initiale nulle) et $Ec(B)={}^1/_2.m.V^2$.

<u>Si la résistance de l'air sur le skieur est négligeable:</u>

D'après le théorème de l'énergie cinétique:

$Ec(B) - Ec(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$ => ${}^1/_2.m.V^2 = m.g.h + 0 - f.d$

On remarque que $h = d.\sin(a)$ => ${}^1/_2.m.V^2 = m.g.d.\sin(a) - f.d$

=> ${}^1/_2.m.V^2 = [\ m.g.\sin(a) - f\ ].d$

=> $V = \sqrt{\dfrac{2.[m.g.\sin(\alpha) - f].d}{m}}$

=> $V = \sqrt{\dfrac{2.[80{,}0 \times 9{,}81 \times \sin(20) - 147{,}5] \times 500}{80{,}0}}$

=> $V = 38{,}9m.s^{-1}$

<u>Si la résistance de l'air sur le skieur est négligeable:</u>

L'ensemble des forces de frottement peut s'écrire $\vec{f} + \vec{f}'$. Le raisonnement est analogue au précédent:

$Ec(B)-Ec(A) = W(\vec{P})+W(\vec{R}_N)+W(\vec{f})+W(\vec{f}\,') \Rightarrow \frac{1}{2}.m.V^2 = m.g.h + 0 - f.d - f\,'.d$

$\Rightarrow \frac{1}{2}.m.V^2 = m.g.d.\sin(a) - (f + f\,').d$

$\Rightarrow \frac{1}{2}.m.V^2 = (m.g.\sin(a) - f - f\,').d$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2.[m.g.\sin(\alpha) - f - f\,'].d}{m}}$$

<u>Application numérique:</u> $V = \sqrt{\frac{2 \times [80{,}0 \times 9{,}81 \times \sin(20) - 147{,}5 - 50{,}0] \times 500}{80{,}0}}$

$\Rightarrow$ $V = 29{,}8 m.s^{-1}$

Exercice 3

1.a Soit un solide S en mouvement de translation entre deux instants t_1 et t_2. dans un référentiel galiléen.

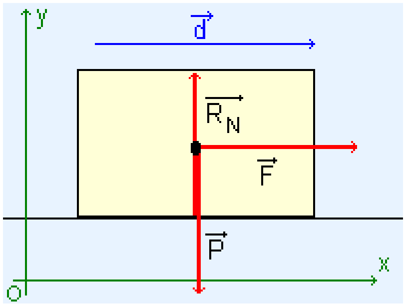
Théorème de l'énergie cinétique:

La variation d'énergie cinétique du centre du solide entre les instants t_1 et t_2 est égale à la somme des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au solide entre les instants t_1 et t_2

$$\boxed{Ec_2 - Ec_1 = \sum W(\overrightarrow{F_{ext}})}$$

1.b Soit W le travail reçu par le bobsleigh, d'après le théorème de l'énergie cinétique:

$W = Ec_2 - Ec_1$
$W = 1/2.m.v_2^2 - 1/2.m.v_1^2$
$W = 1/2.500.(10^2 - 5^2)$



W = 18750J

2.a On étudie le système {bobsleigh} dans le référentiel terrestre (galiléen en première approximation)
Le système est soumis à 3 forces extérieures:

- Son poids $\vec{P}$.
- La réaction normale du sol $\vec{RN}$.
- La force motrice $\vec{F}$ due à la poussée.

D'après le théorème de l'énergie cinétique:

$Ec_2 - Ec_1 = W(\vec{P}) + W(\vec{RN}) + W(\vec{F})$.

$W(\vec{P})$=0 et $W(\vec{RN})$ car les forces $\vec{P}$ et $\vec{RN}$ sont perpendiculaires au déplacement.

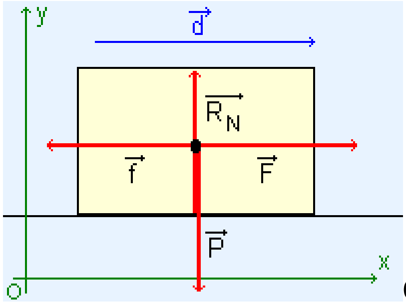
Le travail de $\vec{F}$ est un travail moteur: $W(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{d}$ =F.d, d' où:

$Ec_2 - Ec_1 = W(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}.m.V^2 - 0 = F.d$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2.F.d}{m}}$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2 \times 2200 \times 10}{350}}$$

$\Rightarrow$ $V = 3{,}38 m.s^{-1}$

2.b 

On étudie le système {bobsleigh} dans le référentiel terrestre (galiléen en première approximation)

En plus des forces précédentes, le bobsleigh est soumis à la force de frottements $\vec{f}$.

Soit $\vec{R}$ la réaction de la piste. On remarquera que $\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{f}$

D'après le théorème de l'énergie cinétique:

$Ec_2 - Ec_1 = W(\vec{P}) + W(\vec{R_N}) + W(\vec{F}) + W(\vec{f})$.

Or $W(\vec{P})=0$ et $W(\vec{R_N})$ car les forces $\vec{P}$ et $\vec{R_N}$ sont perpendiculaires au déplacement.

Le travail de $\vec{F}$ est un travail moteur: $W(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{d} = F.d$

Le travail de $\vec{f}$ est un travail résistant: $W(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{d} = -f.d$

d'où $Ec_2 - Ec_1 = W(\vec{F}) + W(\vec{f})$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}.m.V^2 - 0 = F.d - f.d$

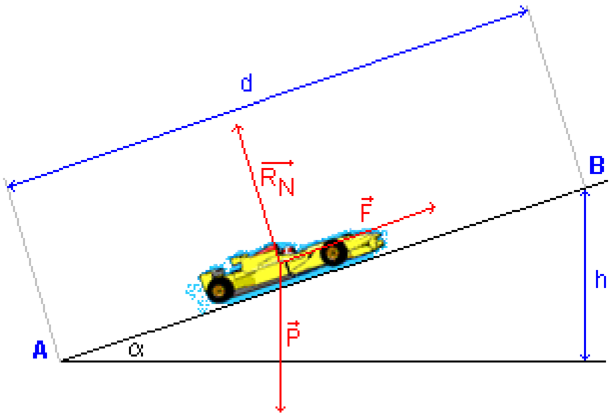
$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2.d.(F-f)}{m}}$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times (200-20)}{350}}$$

$\Rightarrow$ $V = 3{,}20 m.s^{-1}$

Exercice 4

La *Formule 1* est soumise à 3 forces extérieures:



- Son poids $\vec{P}$.
- La réaction normale de la route $\vec{R_N}$.
- La force motrice $\vec{F}$.

On choisit un référentiel terrestre et un repère associé à ce référentiel. Soient A la position de départ de la voiture et B sa position à l'instant t=2,30s. Les travaux des forces peuvent s'écrire:

$W(\vec{P}) = - m.g.h$ $\Rightarrow$ $W(\vec{P}) = - m.g.d.\sin(a)$

$W(\vec{R_N}) = 0$ car $\vec{R_N}$ perpendiculaire à $\vec{d}$.

$W(\vec{F}) = P.t$

D'après le théorème de l'énergie cinétique:

$$Ec(B) - Ec(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{R_N}) + W(\vec{F}) \Rightarrow Ec(B) - 0 = - m.g.d.\sin(a) + P.t$$

$$\Rightarrow \tfrac{1}{2}m.V^2 - P.t = - m.g.d.\sin(a)$$

$$\Rightarrow - m.V^2 + 2.P.t = 2.m.g.d.\sin(a)$$

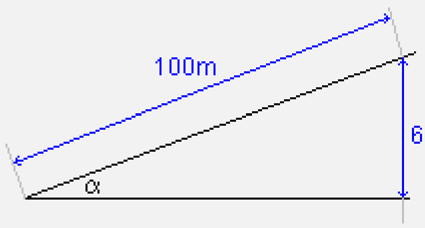
$$\Rightarrow d = \frac{2.P.t - m.V^2}{2.m.g.\sin(a)}$$

$$\Rightarrow d = \frac{2 \times 540.10^3 \times 2{,}60 - 620 \times 65^2}{2 \times 620 \times 9{,}8 \times 6.10^{-2}}$$

$$\Rightarrow d = 259\text{m.}$$

Calcul de sin(a)

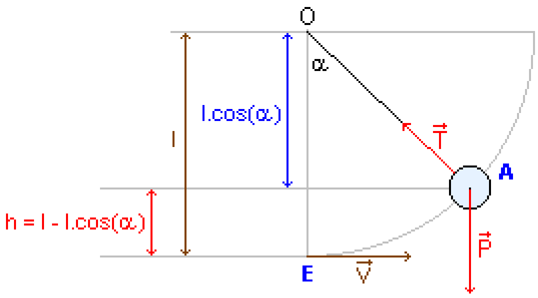
Sur une pente de 6%, la route s'élève de 6,0 m pour une distance parcourue de 100m.



$$\sin(a) = \frac{6{,}00}{100} \Rightarrow \sin(a) = 6.10^{-2}$$

Exercice 5

Lorsqu'il est en mouvement, le pendule est soumis à 2 forces:



- Son poids $\vec{P}$.
- La tension du fil $\vec{T}$.

On choisit un référentiel terrestre et un repère associé à ce référentiel. Soient E la position d'équilibre du pendule et A sa position correspondant à l'altitude maximale atteinte par le solide. Les travaux des forces peuvent s'écrire:

$$W(\vec{P}) = - m.g.h \Rightarrow W(\vec{P}) = - m.g.[l - l.\cos(a)]$$
$$\Rightarrow W(\vec{P}) = - m.g.l + m.g.l.\cos(a)$$

$W(\vec{T}) = 0$ car $\vec{T}$ est constamment perpendiculaire au déplacement.

D'après le théorème de l'énergie cinétique:

$$Ec(A) - Ec(E) = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) \Rightarrow - \tfrac{1}{2}.m.V^2 = - m.g.l. + m.g.l.\cos(a)$$

$$\Rightarrow - V^2 = - 2.g.l. + 2.g.l.\cos(a)$$

$$\Rightarrow \cos(a) = \frac{2.g.l - V^2}{2.g.l}$$

$$\Rightarrow \cos(a) = \frac{2 \times 9{,}8 \times 0{,}90 - 2{,}0^2}{2 \times 9{,}8 \times 0{,}90}$$

$$\Rightarrow \cos(a) = 0.77$$

$$\Rightarrow a = 39{,}3°$$